PART3　データの修正による変化

3 右の表のような2つの変量x，yのデータがあり，x，yの平均値はそれぞれ25，14である。

データの番号	①	②	③	④	⑤
x	25	21	23	29	27
y	17	8	11	20	14

(1) データに誤りがあり，番号①のxの値が正しくは20であった。このデータを修正すると，xの平均値はいくら減少するか。

(2) 次の(i)，(ii)のそれぞれについて，□に当てはまるものを，下のア，イ，ウから選べ。

(i) データに誤りがあり，番号③のyの値が正しくは13，番号④のyの値が正しくは18であった。このデータを修正するとき，yの分散は修正前と比べて□。

(ii) xの値が25，yの値が14であるデータを追加すると，xとyの相関係数は追加前と比べて□。

ア　増加する　　　イ　減少する　　　ウ　変化しない

Point Pickup

変量xの分散　$s_x{}^2=\dfrac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}$　……　(偏差)^{2}の平均値

2つの変量xとyの

共分散　$s_{xy}=\dfrac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})(y_1-\overline{y})+(x_2-\overline{x})(y_2-\overline{y})+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})(y_n-\overline{y})\}$

……　偏差の積の平均値

相関係数　$r=\dfrac{s_{xy}}{s_x s_y}$　……　$\dfrac{(x\text{と}y\text{の共分散})}{(x\text{の標準偏差})\times(y\text{の標準偏差})}$

データの修正や追加(削除)によって，変化がある部分とない部分を区別して考える。

第11講　PART3 確認問題

右の表のような 2 つの変量 x，y のデータがあり，x，y の平均値はそれぞれ 60，45 である。

番号	1	2	3	4	5	6
x	58	65	62	50	61	64
y	50	45	51	41	44	39

1　番号 4 の x の値が 62 であるとすると，x の平均値はいくら増加するか。

修正前より，［ア］増加する。

2　次の(i), (ii)それぞれについて, 空欄に当てはまるものを選べ。

(i)　データに誤りがあり，番号 1 の y の値が正しくは 53, 番号 5 の y の値が正しくは 41 であった。このデータを修正すると，y の分散は修正前と比べて［イ］。

(ii)　このデータに，x の値が 60，y の値が 45 であるデータを 1 つ追加すると，x と y の相関係数は追加前と比べて［ウ］。

①　増加する　　②　減少する　　③　変化しない

PART3　データの修正による変化

3　右の表のような2つの変量 x, y のデータがあり，x, y の平均値はそれぞれ25，14である。

データの番号	①	②	③	④	⑤
x	25	21	23	29	27
y	17	8	11	20	14

(1)　データに誤りがあり，番号①の x の値が正しくは20であった。このデータを修正すると，x の平均値はいくら減少するか。

(2)　次の(i)，(ii)のそれぞれについて，［　　］に当てはまるものを，下のア，イ，ウから選べ。

(i)　データに誤りがあり，番号③の y の値が正しくは13，番号④の y の値が正しくは18であった。このデータを修正するとき，y の分散は修正前と比べて［　　］。

(ii)　x の値が25，y の値が14であるデータを追加すると，x と y の相関係数は追加前と比べて［　　］。

ア　増加する　　　イ　減少する　　　ウ　変化しない

(1)　番号①の x の値を25から20に修正すると，x の総和は5減少する。
よって，修正前の x の総和を s とすると，修正後の x の平均値は

$$\frac{s-5}{5}=\frac{s}{5}-1$$

となり，修正前の x の平均値 $\frac{s}{5}$ より1減少する。

(2)　(i)　番号③の y の値を11から13に，番号④の y の値を20から18に修正すると，y の総和は変化せず，y の平均値も14から変化しない。
修正した2つのデータについて，偏差の2乗の和は

$$(13-14)^2+(18-14)^2=17$$

となり，修正前の偏差の2乗の和 $(11-14)^2+(20-14)^2=45$ と比べて減少するから修正後の y の分散は修正前と比べて減少する（イ）。

(ii)　追加するデータの x の値25，y の値14は，それぞれ x, y の平均値と一致している。
よって，このデータを追加すると x, y ともに平均値は変化しない。

したがって，追加前の x，y の偏差の 2 乗の和をそれぞれ X，Y とすると，追加後の

x の偏差の 2 乗の和は　$X+(25-25)^2=X$

y の偏差の 2 乗の和は　$Y+(14-14)^2=Y$

となり，ともに変化しない。

また，追加前の x と y の偏差の積の和を S とすると，追加後の偏差の積の和は

$S+(25-25)(14-14)=S$

となり，変化しない。

したがって，x と y の相関係数は

追加前：$\dfrac{\dfrac{S}{5}}{\sqrt{\dfrac{X}{5}}\sqrt{\dfrac{Y}{5}}}=\dfrac{S}{\sqrt{X}\sqrt{Y}}$　　追加後：$\dfrac{\dfrac{S}{6}}{\sqrt{\dfrac{X}{6}}\sqrt{\dfrac{Y}{6}}}=\dfrac{S}{\sqrt{X}\sqrt{Y}}$

となり，追加前と比べて変化しない（ウ）。

第 11 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：2

[解説]

番号 4 の x の値を 50 から 62 に修正すると，x の総和は 12 増加する。 [A]

よって，修正前の x の総和を s とすると，修正後の x の平均値は $\dfrac{s+12}{6}=\dfrac{s}{6}+2$

したがって，修正前の x の平均値 $\dfrac{s}{6}$ より 2 増加する。

[A]　$(\text{平均値})=\dfrac{(\text{データの総和})}{(\text{データの大きさ})}$ であるから，データの修正による平均値の変化について考えるときは，データの総和がどれだけ変化したかに注目する。

2

[正解] イ：①，ウ：③

[解説]

(i)　番号 1 の y の値を 50 から 53 に，番号 5 の y の値を 44 から 41 に修正すると，y の総和は変化せず，y の平均値も 45 から変化しない。

修正した 2 つのデータについて，偏差の 2 乗の和は

$$(53-45)^2+(41-45)^2=64+16=80$$ [B]

となり，修正前の偏差の 2 乗の和

$$(50-45)^2+(44-45)^2=25+1=26$$

と比べて増加するから，修正後の y の分散は修正前と比べて**増加する**。

(ii)　追加するデータの x の値 60，y の値 45 は，それぞれ x，y の平均値と一致している。

よって，このデータを追加すると x，y ともに平均値は変化しない。

したがって，追加前の x，y の偏差の 2 乗の和をそれぞれ X，Y とすると，追加後の

x の偏差の 2 乗の和は $X+(60-60)^2=X$ [B]

y の偏差の 2 乗の和は $Y+(45-45)^2=Y$

[B]

変量 x の分散

$$s_x{}^2=\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}$$

…(偏差)^2 の平均値

2 つの変量 x と y の共分散

$$s_{xy}=\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})(y_1-\overline{y})+(x_2-\overline{x})(y_2-\overline{y})+\cdots+(x_n-\overline{x})(y_n-\overline{y})\}$$

…偏差の積の平均値

2 つの変量 x と y の相関係数

$$r=\frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

$\cdots\dfrac{(x\text{と}y\text{の共分散})}{(x\text{の標準偏差})(y\text{の標準偏差})}$

となり，ともに変化しない。

また，追加前の x と y の偏差の積の和を S とすると，追加後の偏差の積の和は

$$S+(60-60)(45-45)=S$$

となり，変化しない。

したがって，x と y の相関係数は

追加前：$\dfrac{\frac{S}{6}}{\sqrt{\frac{X}{6}}\sqrt{\frac{Y}{6}}}=\dfrac{S}{\sqrt{X}\sqrt{Y}}$ 【B】

追加後：$\dfrac{\frac{S}{7}}{\sqrt{\frac{X}{7}}\sqrt{\frac{Y}{7}}}=\dfrac{S}{\sqrt{X}\sqrt{Y}}$

となり，追加前と比べて**変化しない**。